

Министерство транспорта Российской Федерации  
Федеральное агентство железнодорожного транспорта  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
**«Дальневосточный государственный университет путей сообщения»  
(ДВГУПС)**

УТВЕРЖДАЮ  
Председатель приемной  
комиссии ДВГУПС, ректор

В.В.Буровцев  
2025 г.



**ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ**  
по подготовке научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре

научная специальность – 1.1.6 Вычислительная математика

Хабаровск  
2025

## **СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ**

- 1. Общие положения.**
- 2. Цели и задачи программы вступительных испытаний.**
- 3. Структура программы:**
  - 3.1. Требования к вступительному испытанию.**
  - 3.2. Тематическое содержание.**
  - 3.3. Перечень вопросов для вступительного испытания.**
  - 3.4. Критерии оценивания результата вступительного испытания.**
- 4. Список рекомендуемой литературы.**

## **1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ**

### **1.1. Назначение и область применения**

Настоящая программа составлена в соответствии с паспортом научной специальности 1.1.6 «Вычислительная математика» и определяет содержание и форму вступительного испытания по указанному направлению.

## **2. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ПРОГРАММЫ ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ**

**Цель вступительных испытаний** состоит в том, чтобы определить готовность экзаменуемого к обучению по программе подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре по научной специальности 1.1.6 «Вычислительная математика».

**Задачей программы вступительных испытаний** является оценка степени и уровня знаний поступающих на программы подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре, характеризующая их подготовленность к самостоятельному выполнению определенных видов профессиональной деятельности; определение объема и содержания профессиональных знаний, методических и практических умений, аналитических способностей и профессионального мышления аспирантов.

## **3. СТРУКТУРА ПРОГРАММЫ**

### **3.1. Требования к вступительному испытанию**

Для поступающих на места в рамках контрольных цифр приема, а также по договорам об оказании платных образовательных услуг на определенную научную специальность устанавливается одно вступительное испытание - специальная дисциплина, соответствующая научной специальности программы подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре (далее – специальная дисциплина).

Вступительное испытание проводится в письменной форме по экзаменационным билетам.

Вступительное испытание проводится на русском языке.

Билет содержит три вопроса (задания).

Максимальное количество баллов, полученных за ответы на 3 вопроса, составляет 100 баллов.

Минимальное количество баллов, подтверждающее успешное прохождение вступительного испытания составляет 45 баллов.

Результаты проведения вступительного испытания оформляются протоколами. На каждого поступающего ведется отдельный протокол.

Протоколы приема вступительных испытаний и экзаменационные листы ответов письменной формы экзамена после утверждения хранятся в личном деле поступающего.

### **3.2. Тематическое содержание**

В программе рассматриваются следующие разделы:

- 1) Функциональный анализ;**
- 2) Уравнения математической физики;**
- 3) Численные методы.**

### **3.3 Перечень вопросов для вступительного испытания.**

Вопросы по специальной дисциплине:

1. Метрические, нормированные, гильбертовы пространства. Метрические пространства. Непрерывные отображения. Компактные множества.

2. Принцип сжатых отображений, методы последовательных приближений и их приложения. Линейные, нормированные, банаховы и гильбертовы пространства.
3. Сильная и слабая сходимости. Задача о наилучшем приближении. Наилучшее равномерное приближение. Минимальное свойство коэффициентов Фурье.
4. Линейные функционалы и операторы. Непрерывные линейные операторы. Нормы и спектральный радиус оператора.
5. Сходимость операторов; ряд Неймана и условия его сходимости. Теоремы о существовании обратного оператора. Мера обусловленности линейного оператора и ее применение при замене точного уравнения (решения) приближенным.
6. Линейные функционалы. Теорема Банаха—Штейнгауза и ее приложения. Теорема Рисса о представлении линейного ограниченного функционала (для гильбертова пространства).
7. Спектр оператора. Сопряженные, симметричные, самосопряженные, положительно определенные, вполне непрерывные операторы и их спектральные свойства.
8. Вариационные методы минимизации квадратичных функционалов, решения уравнений и нахождения собственных значений (методы Ритца, Бубнова—Галеркина, наименьших квадратов).
9. Дифференцирование нелинейных операторов, производные Фреше и Гато. Метод Ньютона, его сходимость и применение.
10. Пространства функций  $C$ ,  $L_2$ ,  $L_p$ ,  $W_p^1$ . Обобщенная производная.
11. Неравенства Пуанкаре—Стеклова—Фридрихса. Понятие о теоремах вложения.
12. Математические модели физических задач. Математические модели физических задач, приводящие к уравнениям математической физики. Основные уравнения математической физики; постановки задач. Корректно и некорректно поставленные задачи.
13. Обобщенное решение краевых задач для эллиптических уравнений. Дивергентная форма записи эллиптического оператора. Понятие об обобщенном решении.
14. Основные свойства гармонических функций (формулы Грина, теоремы о среднем, принцип максимума). Фундаментальное решение и функция Грина для уравнения Лапласа.
15. Задача Коши. Задача Коши для уравнения теплопроводности и уравнения колебаний (в одномерном и многомерном случаях).
16. Фундаментальные решения. Характеристики. Понятие об обобщенных решениях. Обобщенные решения смешанных задач для уравнений параболического и гиперболического типов; существование, единственность и непрерывная зависимость от данных задачи. Теорема Стеклова о разложении в ряд Фурье по собственным функциям задачи Штурма—Лиувилля.
17. Численные методы алгебры. Прямые и итерационные методы решения систем линейных уравнений с полными матрицами и матрицами специального вида. Одношаговые итерационные методы.
18. Чебышевские одношаговые итерационные методы. Оптимальный набор чебышевских параметров и вычислительная устойчивость. Трехчленные (двушаговые) чебышевские итерационные методы. Методы спуска и метод сопряженных градиентов.
19. Приближение функций. Общие свойства систем ортогональных многочленов. Многочлены Лежандра и Чебышева; их свойства и приложения. Интерполяционные многочлены. Выбор узлов интерполяции.
20. Быстрое дискретное преобразование Фурье. Интерполяция нелокальными и локальными сплайнами.
21. Численное интегрирование. Интерполяционные квадратурные формулы. Задача оптимизации квадратуры. Квадратурные формулы типа Гаусса. Многомерные квадратурные формулы. Понятие о методе Монте-Карло. Интегрирование сильно осциллирующих функций.

22. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений. Численные методы решения задачи Коши и краевых задач. Оценка погрешности, сходимость и устойчивость. Методы прогонки и стрельбы.

23. Разностные схемы для решения дифференциальных уравнений с разрывными коэффициентами. Понятие о жестких системах обыкновенных дифференциальных уравнений и методах их решения.

24. Разностные и вариационно-разностные методы решения уравнений математической физики. Основные понятия (аппроксимация, устойчивость, сходимость). Методы построения разностных схем (метод сеток, интегроинтерполяционный метод, метод аппроксимации интегральных тождеств, вариационно-разностные и проекционно-разностные методы, метод Галеркина, метод конечных элементов, метод аппроксимации квадратичного функционала); их применение к решению краевых и начально-краевых задач для эллиптических, параболических и гиперболических уравнений. Оценка порядка аппроксимации и сходимости. Двухслойные и трехслойные схемы; их устойчивость.

25. Экономичные методы решения нестационарных многомерных задач; методы решения нелинейных уравнений (теплопроводности и газовой динамики). Дивергентные и монотонные разностные схемы. Схемная и искусственная вязкость.

26. Методы решения сеточных уравнений. Прямые методы (прогонки, быстрого дискретного преобразования Фурье, циклической редукции).

27. Метод последовательной верхней релаксации, неявные схемы с эквивалентными по спектру операторами, попеременно-треугольный метод. Методы расщепления и переменных направлений. Понятие о методе Федоренко. Оценки скорости сходимости.

28. Методы решения обратных и некорректных задач. Применение методов регуляризации, минимизации сглаживающего функционала и итерационных методов для решения вырожденных, несовместных и плохо обусловленных систем линейных алгебраических уравнений и интегральных уравнений первого рода.

### 3.4. Критерии оценивания результата вступительного испытания

Уровень знаний поступающего оценивается экзаменационной комиссией по балльной системе.

Таблица - Критерии экспертного анализа и оценки качества знаний на вступительном экзамене по специальной дисциплине за вопросы на билет

| Критерий                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | Количество баллов |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------|
| В ответе отражены основные концепции и теории по данному вопросу, проведен их критический анализ и сопоставление, описанные теоретические положения иллюстрируются практическими примерами и экспериментальными данными. Абитуриентом формулируется и обосновывается собственная точка зрения на заявленные проблемы, материал излагается профессиональным языком с использованием соответствующей системы понятий и терминов | 100 - 80          |
| В ответе описываются и сравниваются основные современные концепции и теории по данному вопросу, описанные теоретические положения иллюстрируются практическими примерами, абитуриентом формулируется собственная точка зрения на заявленные проблемы, однако он испытывает затруднения в ее аргументации. Материал излагается профессиональным языком с использованием соответствующей системы понятий и терминов             | 79 - 59           |
| В ответе отражены лишь некоторые современные концепции и                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 58 - 45           |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |        |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|
| теории по данному вопросу, анализ и сопоставление этих теорий не проводится. Абитуриент испытывает значительные затруднения при иллюстрации теоретических положений практическими примерами. У абитуриента отсутствует собственная точка зрения на заявленные проблемы. Материал излагается профессиональным языком с использованием соответствующей системы понятий и терминов. |        |
| Ответ не отражает современные концепции и теории по данному вопросу. Абитуриент не может привести практических примеров. Материал излагается языком, без использования терминологий и понятий соответствующей научной области.                                                                                                                                                   | 44 - 0 |

Максимальное количество баллов, полученных за ответы на 3 вопроса, составляет 100 баллов. Минимальное количество баллов, подтверждающее успешное прохождение вступительного испытания, составляет 45 баллов.

#### 4. СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

##### 4.1. Основная литература

1. Данилин А.Р. Функциональный анализ, Екатеринбург- 2012 (библиоклаб)
2. Владимиров, В.С. Уравнения математической физики [Текст] : учебник для вузов / В. С. Владимиров, В. В. Жаринов. - 2-е изд., стер. - Москва : Физматлит, 2008. - 400 с.
3. Емельянов, В.М. Уравнения математической физики. Практикум по решению задач [Текст] : учеб. пособие для вузов / В. М. Емельянов, Е. А. Рыбакина. - Санкт-Петербург : Лань, 2008. - 224 с.
4. Волков Б.А. Численные методы: Учебное пособие. – 5-е изд. – СПб.: Издательство «Лань», 2008. 256 с.
5. Крепкогорский В. Л. Функциональный анализ / Казань: Издательство КНИТУ, 2014, <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=428727>.

##### 4. 2. Дополнительная литература

1. Колмогоров А.Н. Элементы теории функций и функционального анализа. – М.: Наука, 1989.
2. Треногин В.А Функциональный анализ. – М.: Наука, 2002.
3. Люстерник Л.А., Соболев В.И. Краткий курс функционального анализа – М.: Высшая школа, 1982.
4. Кириллов, А.А. Теоремы и задачи функционального анализа [Текст] : учеб. пособие для вузов / А.А. Кириллов, А.Д. Гвишиани. - Москва : Наука, 1979. - 382 с. - 1.10 р.
5. Вержбицкий, В.М. Основы численных методов [Текст] : Учеб. для вузов / В.М. Вержбицкий. - Москва : Высш. шк., 2002. - 840 с.
6. Зельдович, Я.Б. Элементы прикладной математики [Текст] / Я.Б. Зельдович, А.Д. Мышкис. - 4-е изд., стер. - Москва : Лань, 2002. - 592 с.
7. Курс высшей математики и математической физики [Текст] : учеб. для вузов. - 4-е изд., стер. - Москва: Наука. Вып. 7 : Дифференциальные уравнения / А.Н. Тихонов, А.Н. Васильева, А.Г. Свешников. - 1980. - 232 с.

##### 4.3 Информационно–справочные системы

1. Российская государственная библиотека - <http://www.rsl.ru/>

2. Государственная публичная научно-техническая библиотека России - <http://www.gpntb.ru/>
3. Научная электронная библиотека - <http://elibrary.ru/>
4. Интернет-университет информационных технологий. URL: [www.intuit.ru](http://www.intuit.ru).
5. Сайт лаборатории параллельных информационных технологий НИВЦ МГУ. URL: [www.parallel.ru](http://www.parallel.ru).