ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ ПО МАТЕМАТИКЕ

Основные математические понятия и факты

Арифметика, алгебра и начала анализа.

Натуральные числа (N). Простые и составные числа. Делитель, кратное. Наибольший общий делитель, наименьшее общее кратное.
Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10.
Целые числа (Z). Рациональные числа (Q), их сложение, вычитание, умножение и деление. Сравнение рациональных чисел. Действительные числа (R), их представление в виде десятичных дробей.

Изображение числа на прямой. Модуль действительного числа, его геометрический смысл.

Числовые выражения. Выражения с переменными. Формулы сокращенного умножения.

Степень с натуральным и рациональным показателем. Арифметический корень.
Логарифмы, их свойства.
Одночлен и многочислен.

Многочлен с одной переменной. Корень многочлена на примере квадратного трехчлена.

Понятие функции. Способы задания функций. Область определения. Множество значений функции.

График функции. Возрастание и убывание функции; периодичность, четность, нечетность.
Достаточное условие возрастания (убывания) функции на промежутке.
Понятие экстремума функции. Необходимое условие экстремума функции (теорема Ферма). Достаточное условие экстремума. Наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке.

Определение и основные свойства функций: линейной, квадратичной $y = ax^2 + bx + c,$ степенной $y = ax^n$ $(n \in N)$, $y = \frac{a}{x}$, показательной $y = a^x, a > 0,$, логарифмической, тригонометрических функций ($y = sinx, y = cosx, y = tgx,$ $y = ctgx$), арифметического корня $y = \sqrt{x}$.

Уравнения. Корни уравнения. Понятие о равносильных уравнениях.

Неравенства. Решения неравенства. Понятие о равносильных неравенствах.

Система уравнений и неравенств. Решения системы.

Арифметическая и геометрическая прогрессии. Формула n -го члена и суммы первых n членов арифметической прогрессии. Формула n -го члена и

суммы первых n членов геометрической прогрессии
Синус и косинус суммы и разности двух аргументов (формулы).
Преобразование в произведение сумм $sin\alpha \pm sin\beta, cos\alpha \pm cos\beta$.

Определение производной. Ее физический и геометрический смысл.

Производные функций $y = sinx, y = cosx, y = tgx,$ $y = a^x$, $y = x^n, y = lnx$.

Геометрия.

Прямая, луч, отрезок, ломаная; длина отрезка. Угол, величина угла. Вертикальные и смежные углы. Окружность, круг. Параллельные прямые. Примеры преобразования фигур, виды симметрии. Преобразования подобия и его свойства.

Векторы. Операции над векторами.

Многоугольник, его вершины, стороны, диагонали.

Треугольник. Его медиана, биссектриса, высота. Виды треугольников. Соотношение между сторонами и углами прямоугольного треугольника. Четырехугольник: параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция.

Окружность и круг. Центр, хорда, диаметр, радиус, касательная к окружности. Дуга окружности. Сектор.
Центральные и вписанные углы.

Формулы площади: треугольника, прямоугольника, параллелограмма, ромба, квадрата, трапеции.

Длина окружности и длина дуги окружности. Радианная мера угла. Площадь круга и площадь сектора.

Подобие. Подобные фигуры. Отношение площадей подобных фигур.

Плоскость. Параллельные и пересекающиеся плоскости. Параллельность прямой и плоскости. Угол прямой с плоскостью. Перпендикуляр к плоскости. Двугранные углы. Линейный угол двугранного угла. Перпендикулярность двух плоскостей.

Многогранники. Их вершины, грани, диагонали. Прямая и наклонная призмы; пирамиды. Правильная призма и правильная пирамида. Параллелепипеды, их виды.

Фигуры вращения: цилиндр, конус, сфера, шар. Центр, диаметр, радиус сферы и шара. Плоскость, касательная к сфере.

Формула площади поверхности и объема призмы. Формула площади поверхности и объема пирамиды. Формула площади поверхности и объема цилиндра. Формула площади поверхности и объема конуса. Формула объема шара. Формула площади сферы.

Основные формулы и теоремы

Алгебра и начала анализа

Свойства функции $y = kx + b$ и ее график.

Свойства функции $y = \frac{k}{x}$ и ее график.

Свойства функции $y = ax^2 + bx + c$ и ее график.
Свойства корней квадратного трехчлена на линейные множители.
Свойства числовых неравенств.
Логарифм произведения, степени, частного.
Определение и свойства функции $y = sinx, y = cosx$ и их графики.
Определение и свойства функции $y = tgx$ и ее график.
Определение и свойства функции $y = ctgx$ и ее график.
Решение уравнений вида $sinx = a, cosx = a$, $tgx = a$
Формулы приведения.
Зависимости между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента.
Производная суммы двух функций.

Геометрия

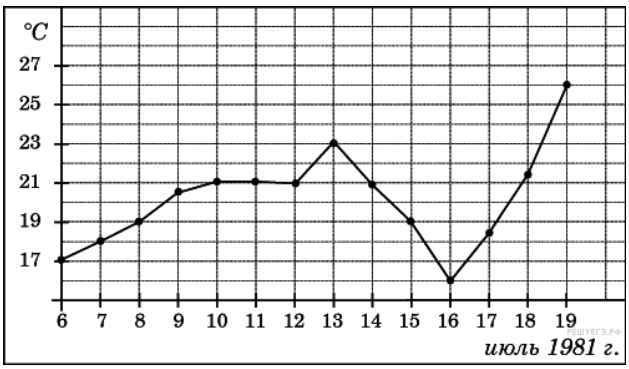
Свойства равнобедренного треугольника.
Свойства точек, равноудаленных от концов отрезка.
Признаки параллельности прямых.
Сумма углов треугольника. Сумма внешних углов выпуклого многоугольника.
Признаки параллелограмма, его свойства.
Окружность, описанная около треугольника.
Окружность, вписанная в треугольник.
Касательная к окружности и ее свойства.
Величина угла, вписанного в окружность.
Признаки подобия треугольника.
Теорема Пифагора.
Формулы площадей параллелограмма, треугольника, трапеции.
Формула расстояния между двумя точками плоскости. Уравнение окружности.
Признак параллельности прямой и плоскости.
Признак параллельности плоскостей.
Теорема перпендикулярности прямой и плоскости.
Перпендикулярность двух плоскостей.
Теоремы о параллельности и перпендикулярности плоскостей.
Теорема о трех перпендикулярах.

ВАРИАНТ ЗАДАНИЯ ПО МАТЕМАТИКЕ НА ПИСЬМЕННОМ ЭКЗАМЕНЕ

В1 В школе есть шестиместные туристические палатки. Какое наименьшее число палаток нужно взять в поход, в котором участвует 15 человек?

В2 Шариковая ручка стоит 30 рублей. Какое наибольшее число таких ручек можно будет купить на 700 рублей после повышения цены на 25%?

B3 На рисунке жирными точками показана среднесуточная температура воз-



духа в Бресте каждый день с 6 по 19 июля 1981 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Для наглядности жирные точки соединены линией. Определите по рисунку разность между наибольшей и наименьшей среднесуточными температурами за указанный период. Ответ дайте в градусах Цельсия.

B4 В первом банке один доллар США можно купить за 31,1 рубля. Во втором банке 140 долларов — за 4340 рублей. В третьем банке 50 долларов стоят 1545 рублей. Какую наименьшую сумму (в рублях) придется заплатить за 120 долларов США?

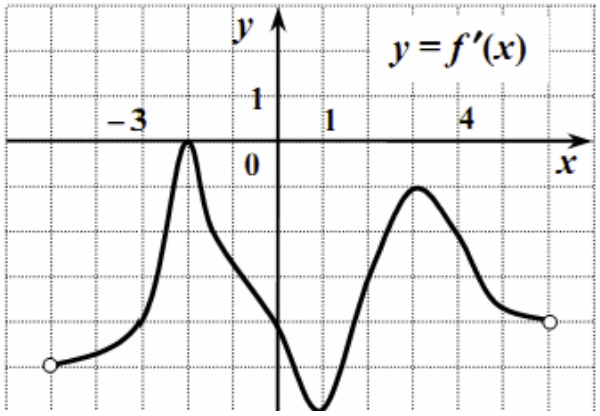
B5 Угол при вершине, противолежащей основанию равнобедренного треугольника, равен 30°. Боковая сторона треугольника равна 10. Найдите площадь этого треугольника.

B6 В чемпионате по гимнастике участвуют 50 спортсменок: 24 из США, 13 из Мексики, остальные — из Канады. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Канады.

B7 Найдите корень уравнения $2^{4-2x} = 64$

B8 Основания равнобедренной трапеции равны 43 и 73. Косинус острого угла трапеции равен $\frac{5}{7}$. Найдите боковую сторону.

B9 Функция $y = f(x)$ определена на промежутке (-5;6). На рисунке изображен график ее производной. Найдите точку x_0, в которой функция $y = f(x)$ принимает наименьшее значение на отрезке [-3;4].



B10 В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $AB = 2$, $AD = \sqrt{5}$, $AA_1 = 2$. Точка К — середина ребра BB_1.Найдите площадь сечения, проходящего через точки $A_1; D_1$ и K.

B11 Во сколько раз увеличится объем куба, если его ребра увеличить в 4 раза?

B12 Трактор тащит сани с силой $F = 40$ кН, направленной под острым углом a к горизонту. Работа трактора (в килоджоулях) на участке длиной $S = 140$м м вычисляется по формуле $A = FS\cos a$. При каком максимальном угле a (в градусах) совершенная работа будет не менее 2800 кДж?

B13 Стороны основания правильной четырехугольной пирамиды равны 10, боковые ребра равны 13. Найдите площадь поверхности этой пирамиды.

B14 Четыре рубашки дешевле куртки на 8%. На сколько процентов пять рубашек дороже куртки?

B15 Найдите наибольшее значение функции $f(x) = x^5 - 5x$ на отрезке $[-5;0]$

C1 Решите уравнение $tgx + \dfrac{1}{\cos^2 x} = 3$. Найдите его корни на $\left[-\dfrac{5\pi}{2}; -\dfrac{3\pi}{2}\right]$.

C2 Решить уравнение $\sqrt{x-2-\sqrt{2x-5}} + \sqrt{x+2-3\sqrt{2x-5}} = 7\sqrt{2}$